

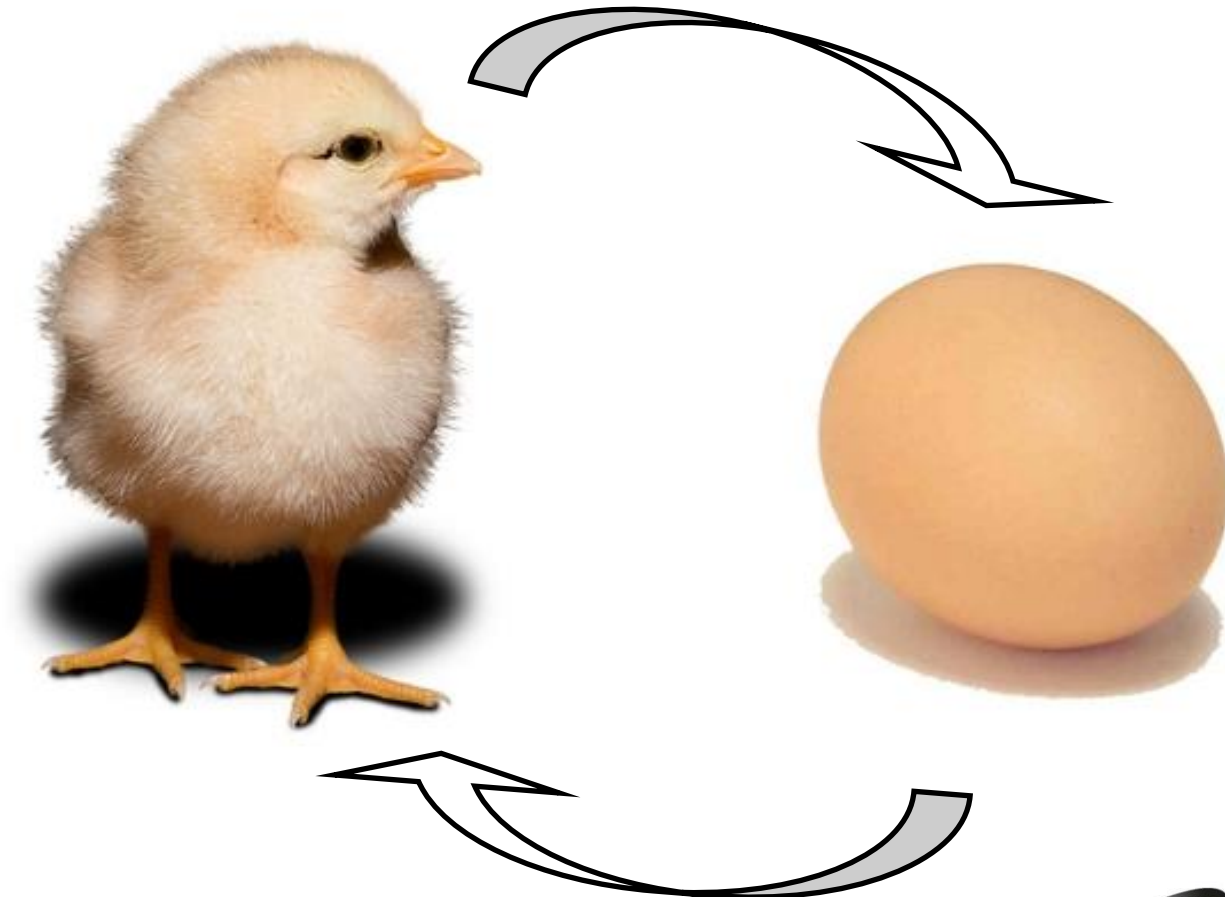
# Feltárhatjuk-e az okokat és okozatokat idősorok megfigyelésével?

Stippinger Marcell

közös munka Somogyvári Zoltán (Wigner),  
Telcs András (Wigner), Benkő Zsigmond (SOTE PhD),  
Fabó Dániel (OKITI)

2019.10.18.

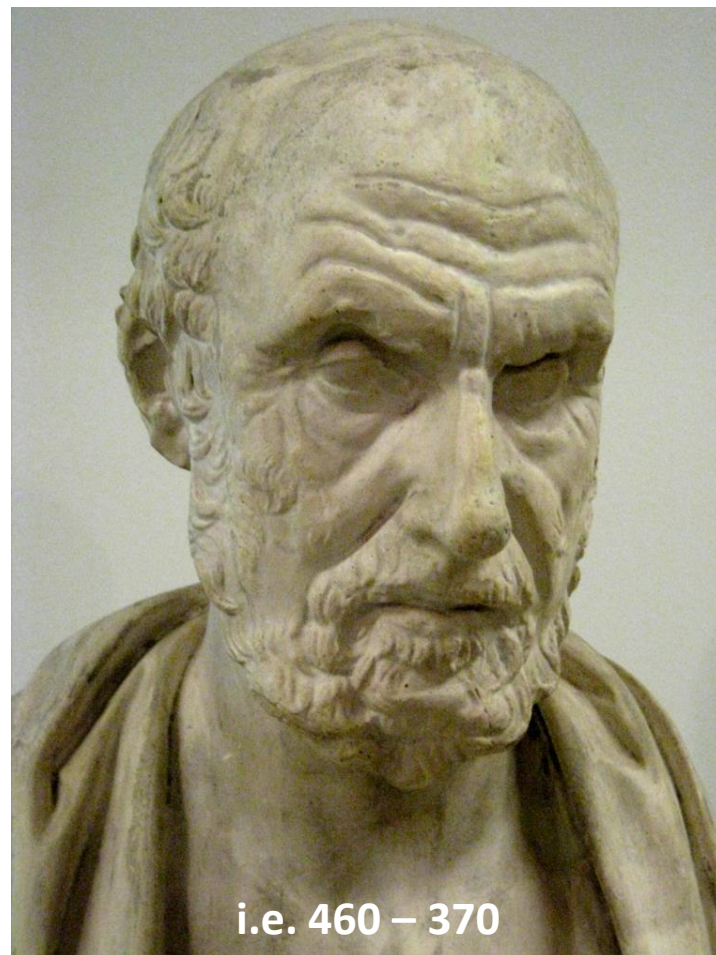
# Mi volt előbb?



# Ok és okozat az antik világban

**Hippokratész köre**  
(100 évvel Arisztotelész előtt)

- Aitia/αιτιοα = ok, amely az adott orvosi állapotot létrehozza



i.e. 460 – 370

[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hippocrates\\_pushkin02.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hippocrates_pushkin02.jpg)  
user:shakko [CC BY-SA 3.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>)]

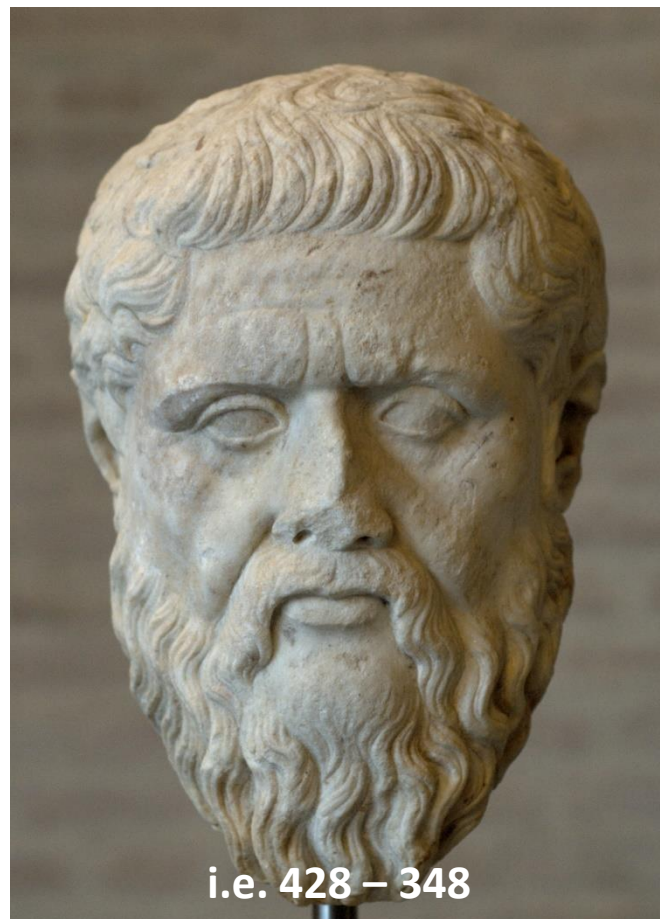
# Ok és okozat az antik világban

Hippokratész köre  
(100 évvel Arisztotelész előtt)

- Aitia/αιτιοα = ok, jelenlétében az adott orvosi állapot létrejön,

## Platón

- nélküle viszont nem jönne létre.



[https://en.wikipedia.org/wiki/File:Head\\_Platon\\_Glyptothek\\_Munich\\_548.jpg](https://en.wikipedia.org/wiki/File:Head_Platon_Glyptothek_Munich_548.jpg)  
Glyptothek [Public domain]

# Ok és okozat az antik világban

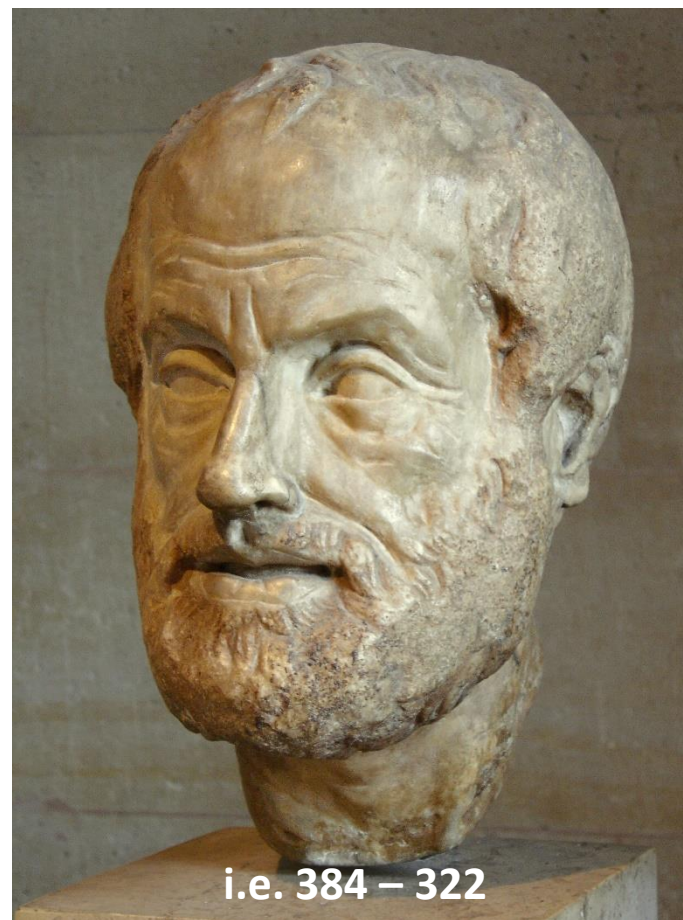
## Arisztotelész:

négy okság

(aition/αιτιον)

- Anyagi
- Formai
- Ágens - ható személy
- Szándék, végcél

Megmagyarázandó  
és megmagyarázó(k).



[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Aristoteles\\_Louvre.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Aristoteles_Louvre.jpg)  
After Lysippos [CC BY-SA 2.5 (<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.5/>)]

# Ok és okozat a modern tudományban

## Francis Bacon

- fizikai-metafizika
- csak anyagi és hatásos ok



[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Francis\\_Bacon.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Francis_Bacon.jpg)  
Drebbel [Public domain]

# Ok és okozat a modern tudományban

## Francis Bacon

- fizikai-metafizika
- csak anyagi és hatásos ok

## David Hume

- ok és okozat térben és időben érintkezik
- az ok megelőzi az okozatot
- szabályszerűség



1711 – 1776

[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:David\\_Hume\\_Esqr.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:David_Hume_Esqr.jpg)  
Maurin, Antoine (1793-1860) [Public domain]

# Ok és okozat a modern tudományban

Orvostudomány: randomizált mérések

- kontroll csoport, stb., de egyedi esetekben?

Naiv elgondolás

- $Y = f(X_1, X_2, X_3, u) = (X_1 - 2) X_2 + X_3 + u$
- és ha  $X_3$  nem szerepel a jobb oldalon
- na és ha  $X_1 = 2$ , akkor  $X_2$  épp nem számít

Judea Pearl: Causality, 2009

- Tényleges ok:  $Y_{X(u)}=y$  de  $\exists X'$ , hogy  $Y_{X'}(u) \neq y$
- Hozzájáruló ok  $\approx$  szükséges, de nem elégséges



# Determinisztikus kauzalitás

- ahogy fizikából megszoktuk



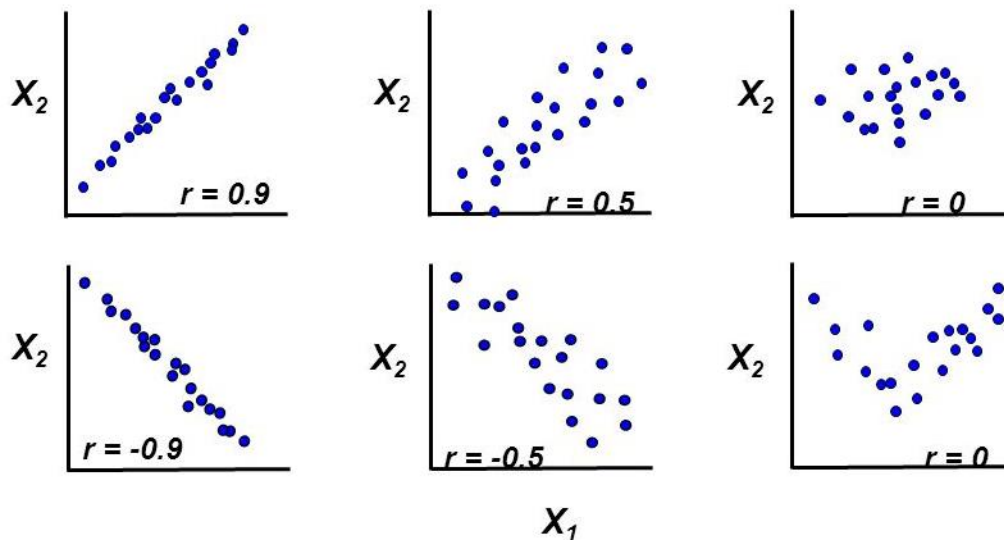
# Determinisztikus kauzalitás

- ahogy fizikából megszoktuk

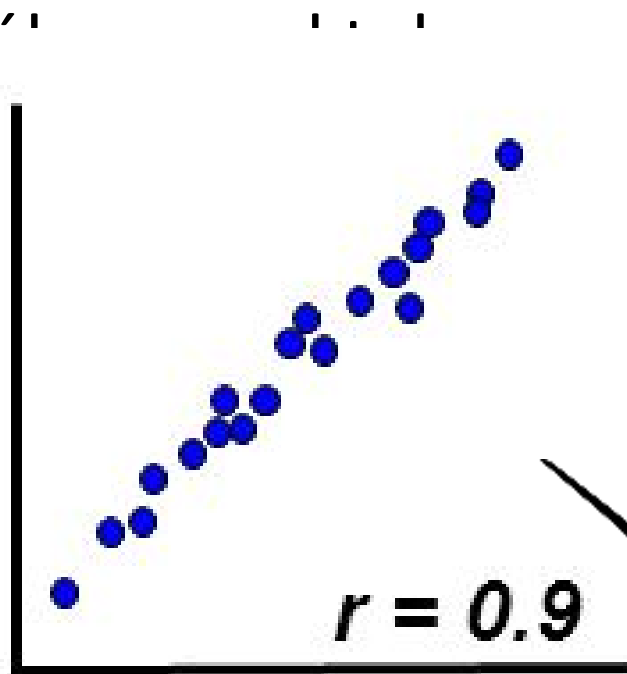
Kevésbé determinisztikus

- pl. dohányzás okozza-e a tüdőrákot?

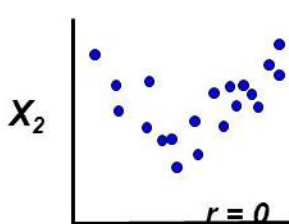
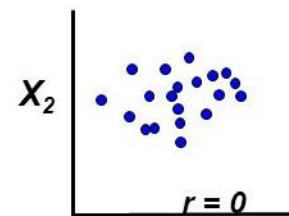
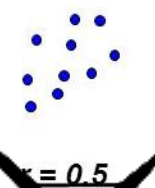
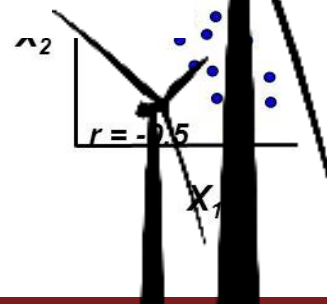
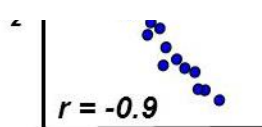
Korreláció,  
nem kauzalitás!



# minisztikus kauzalitás

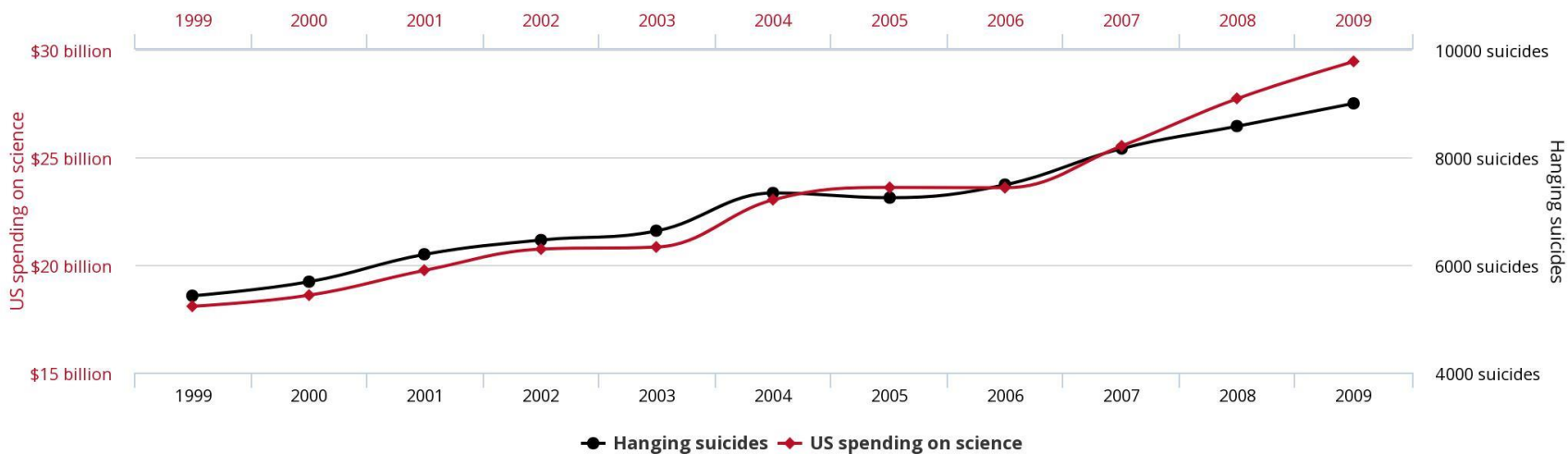


Korreláció,  
nem kauzalitás!



# A korreláció nem kauzalitás

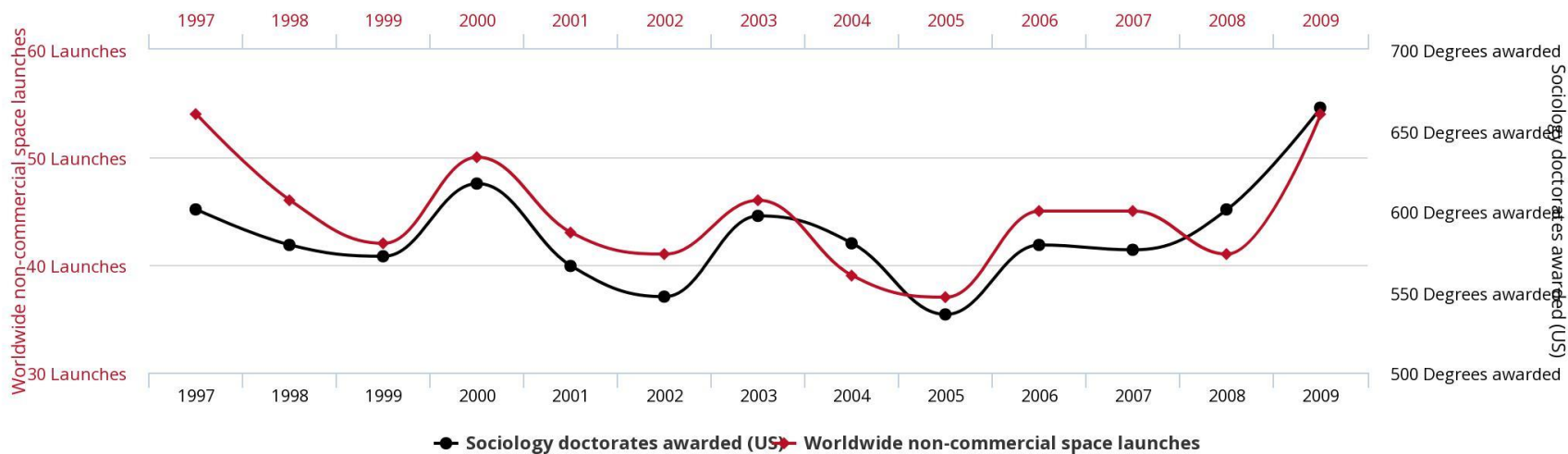
**US spending on science, space, and technology**  
correlates with  
**Suicides by hanging, strangulation and suffocation**



tylervigen.com

# A korreláció nem kauzalitás

**Worldwide non-commercial space launches**  
correlates with  
**Sociology doctorates awarded (US)**



tylervigen.com

# A korelációtól a kauzalitás felé

Tanulhatunk valamit a korrelációból!

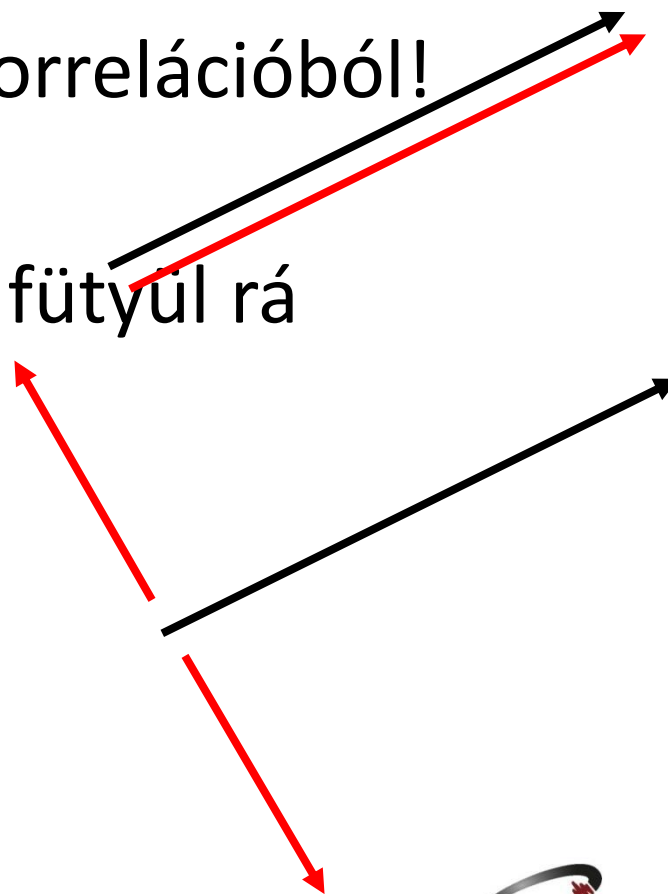
Ha X erre mozog Y is,

vagy ha X erre mozog, Y füttyül rá

X szabadságfoka 1

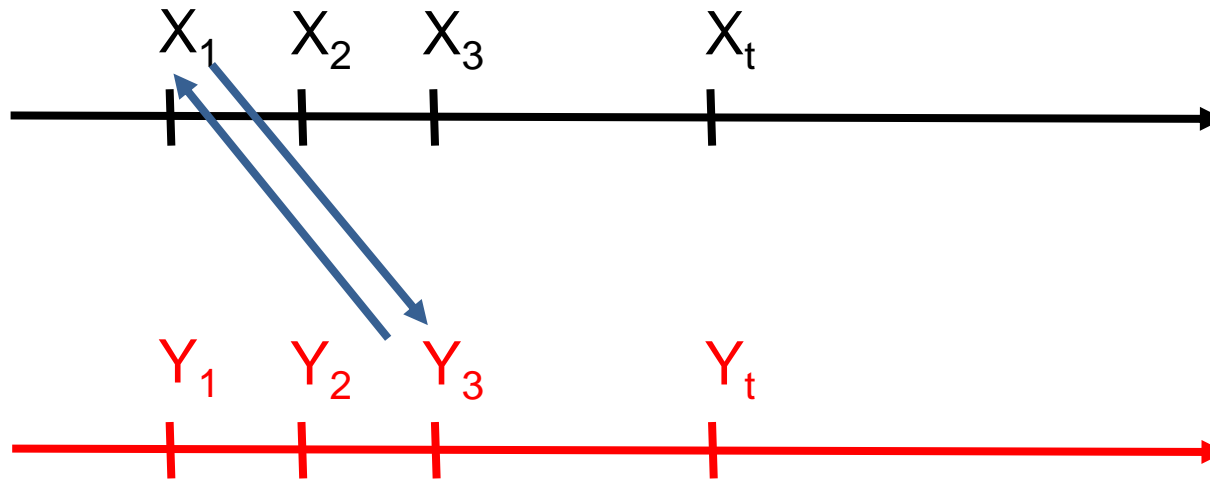
Y szabadságfoka 1

együtt?



# Idősorok kapcsolata

$X_t$ ,  $Y_t$  két időben változó dolog a megfigyelése  $t = 1, \dots, T$   
melyik okozza a másikat?

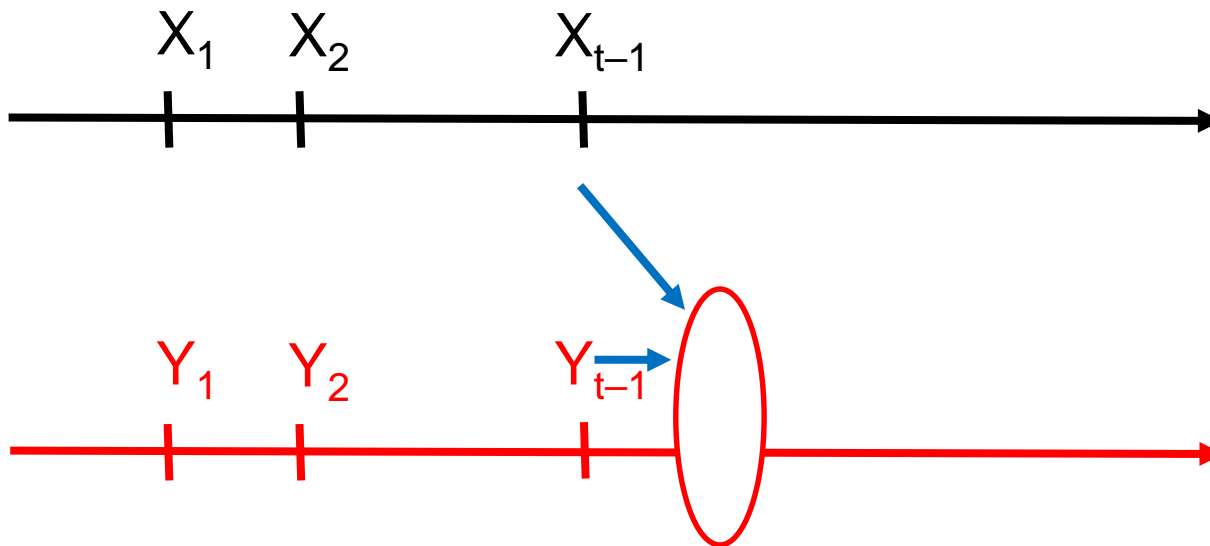


Korreláció, keresztkorreláció, késleltetéssel?

Sokkal több információ.

# Idősorok kapcsolata

$X_t$ ,  $Y_t$  két időben változó dolog a megfigyelése  $t = 1, \dots, T$   
melyik okozza a másikat?





# Granger kauzalitás

$X_t$ ,  $Y_t$  két időben változó dolog a megfigyelése  $t = 1, \dots, T$   
Jósljuk  $Y_{t+1}$ -t a jóslat  $\hat{Y}_{t+1}$  és a hibanégyzet

$$e^2 = (\hat{Y}_{t+1} - Y_{t+1})^2$$

jóslási hiba  $e | Y_{1, \dots, t}$  csak  $Y$  múltjából

$e | Y_{1, \dots, t}, X_{1, \dots, t}$   $X$  és  $Y$  közös múltból

Ha  $X$  használatával javul a jóslás – csökken a hiba –,  
akkor  $X$  Wiener–Granger-okozza  $Y$ -t.

# Granger kauzalitás

## Granger kauzalitás

1. Axióma – az ok megelőzi az okozatot
2. Axióma – az ok segítségével az okozat jobban jósolható, mint az az összes többi megfigyelt előzményből lehetséges lenne, ideértve az okozat előzményeit is.

# Alkalmazás

## Chickens, Eggs, and Causality, or Which Came First?

Walter N. Thurman and Mark E. Fisher \*

Time-series evidence from the United States indicates unidirectional causality from eggs to chickens.

*Key words:* causality, chickens, eggs.

Granger's seminal paper entitled "Investigating Causal Relations" has spawned a vast and influential literature. In macroeconomics, for example, the causal relationship between money and income has been investigated time (Sims) and again (Barth and Bennett; Williams, Goodhart, and Gowland; Ciccolo; Feige

1930-1983 tojás termelés  
és csirke népesség adatokon

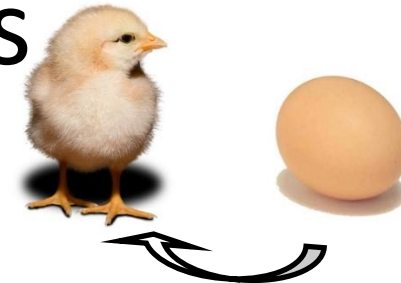
This measure excludes chickens raised only for meat. Eggs are measured in millions of dozens and include all eggs produced annually in the United States. All are potentially fertilizable.

The notion of Granger causality is simple: If lagged values of  $X$  help predict current values

*American journal of agricultural economics*, 1988, 70(2), 237-238.

\*Mark E Fisher  $\neq$  Ronald Fisher father of modern statistics

# Alkalmazás



**Table 1. Granger Causality Tests**

**Part 1: Did the Chicken Come First?**

The following equation was estimated by OLS:

$$Eggs_t = \mu + \sum_{i=1}^L \alpha_i Eggs_{t-i} = \sum_{i=1}^L \beta_i Chickens_{t-i} + \epsilon_t;$$

$H_0 : \beta_1 = \dots = \beta_L = 0$  (chickens do not Granger cause eggs).

$L = \text{no. of lags}$	$F\text{-statistic}$	$P\text{-value}$	$R^2$ of the regression
1	.04	.85	.96
2	1.71	.19	.97
3	1.10	.36	.97
4	.79	.54	.97

**Part 2: Did the Egg Come First?**

The following equation was estimated by OLS:

$$Chickens_t = \mu + \sum_{i=1}^L \alpha_i Chickens_{t-i} + \sum_{i=1}^L \beta_i Eggs_{t-i};$$

$H_0 : \beta_1 = \dots = \beta_L = 0$  (eggs do not Granger cause chickens).

$L = \text{no. of lags}$	$F\text{-statistic}$	$P\text{-value}$	$R^2$ of the regression
1	1.23	.27	.73
2	10.36	.0002	.81
3	5.85	.0019	.81
4	4.71	.0032	.82

Data source: U.S. Department of Agriculture, 1983 and others.  
Note: The data are annual, 1930–83.

We perform the Granger causality tests using one to four lags. The number of lags in each equation is the same for eggs and chickens.

To conclude that one of the two “came first,” we must find unidirectional causality from one to the other. In other words, we must reject the noncausality of the one to the other and at the same time fail to reject the noncausality of the other to the one. If either both cause each other or neither causes the other, the question will remain unanswered. The test results are presented in table 1. They indicate a clear rejection of the hypothesis that eggs do not Granger cause chickens. They provide no such rejection of the hypothesis that chickens do not Granger cause eggs. Therefore, we conclude that the egg came first.<sup>2</sup>

# Bonyolultabb esetek

Granger kauzalitás nem valódi ok-okozat.  
Korrelációból nem következik egyik irány sem.

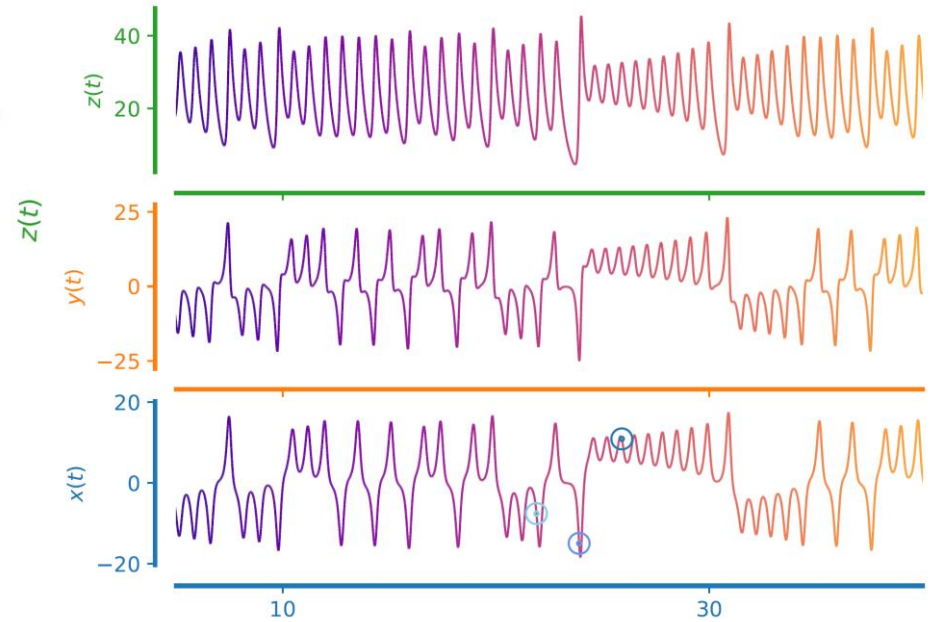
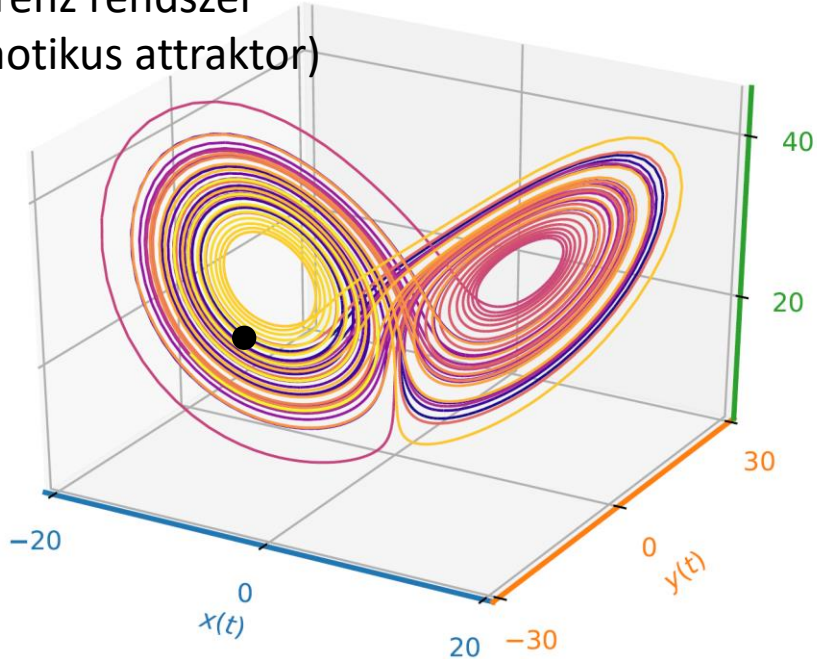


Rejtett közös  
okot felismerjük?

# Állapottér-rekonstrukció

- Takens beágyazási tétele idősorokra

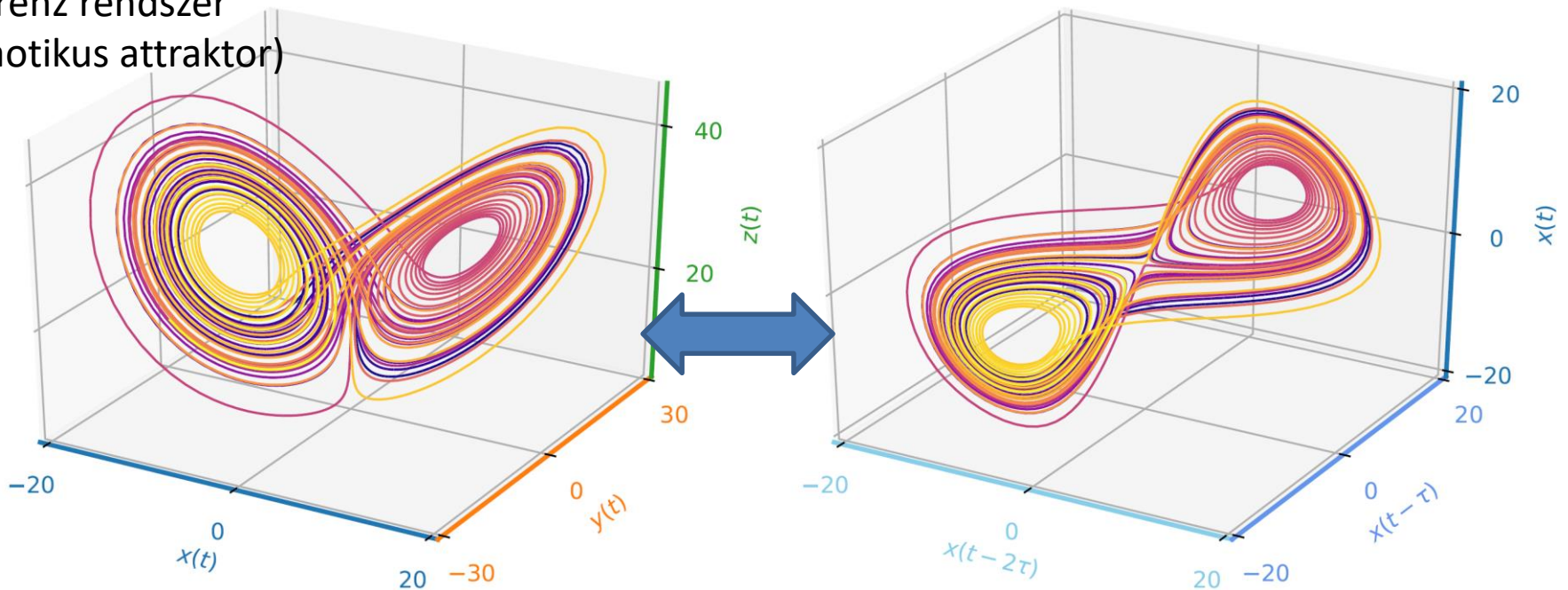
Lorenz rendszer  
(kaotikus attraktor)



# Állapottér-rekonstrukció

- Takens beágyazási tétele

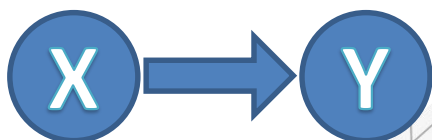
Lorenz rendszer  
(kaotikus attraktor)



# Sugihara

## konvergens keresztbe leképezés

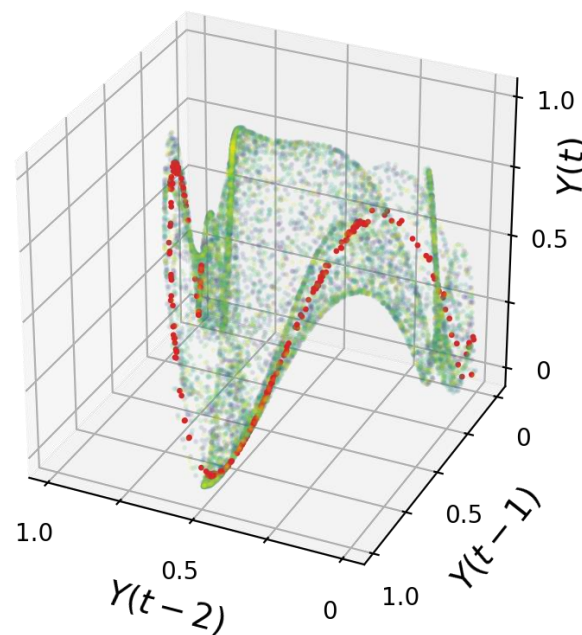
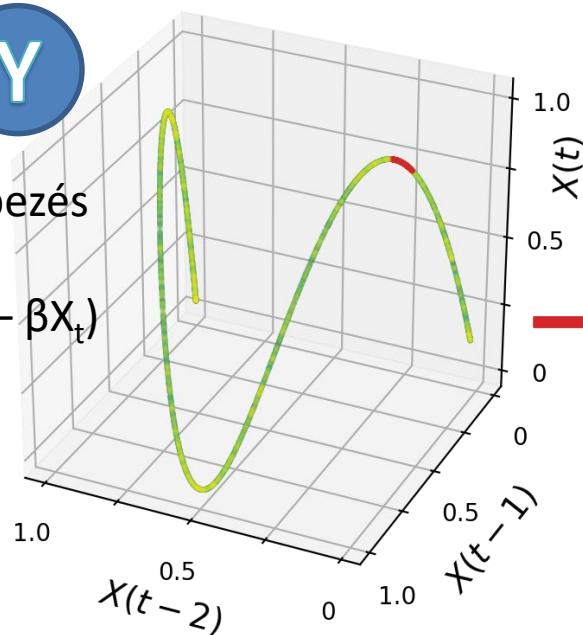
- Két rendszert összekapcsolva a meghajtóból az információ átmásolódik a meghajtottba is



Logisztikus leképezés

$$X_{t+1} = r X_t (1 - X_t)$$

$$Y_{t+1} = r Y_t (1 - Y_t - \beta X_t)$$

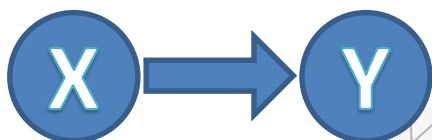




# Sugihara

## konvergens keresztbe leképezés

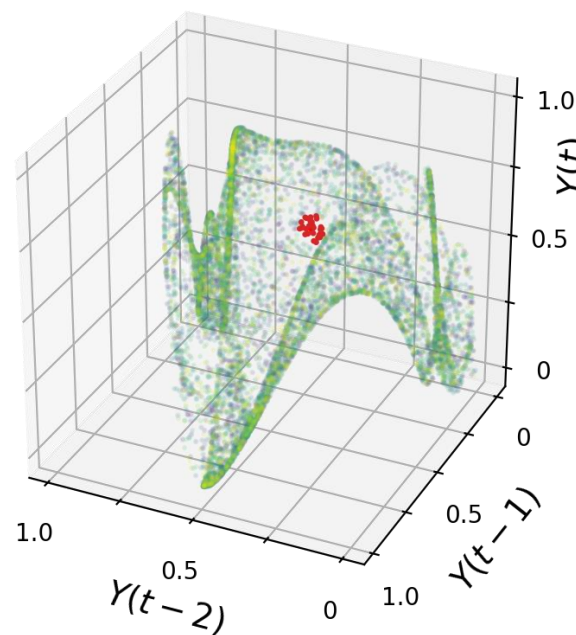
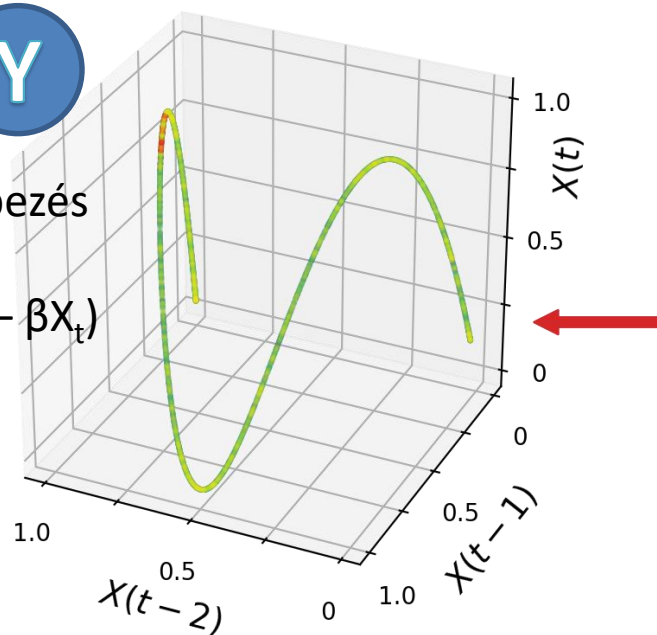
- ezért a meghajtottból (okozat) a meghajtó (ok) állapota rekonstruálható



Logisztikus leképezés

$$X_{t+1} = r X_t (1 - X_t)$$

$$Y_{t+1} = r Y_t (1 - Y_t - \beta X_t)$$



# Kauzalitás - áttekintés

Granger causality (1969)

- felismeri az *egyirányú kauzalitást*
- nem tudja értelmezni a *kétirányú kauzalitást*
- becsapja a *közös ok*

Takens (1981) időeltolódásos beágyazás – mutatja a valódi dimenziót

Hirata – rekurrencia diagramok (2010)

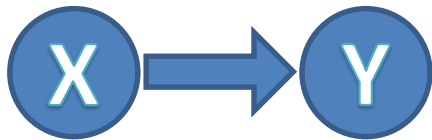
- mindet felismeri, heurisztikus

Sugihara - keresztbe leképezés módszer (2012)

- felismeri az *egyirányú kauzalitást*
- felismeri a *kétirányú kauzalitást*
- közös ok létezését nem kvantifikálja oda-vissza kapcsolattal szemben

# Dimenziós kauzalitás

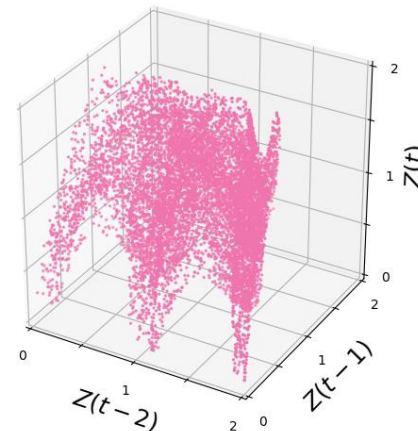
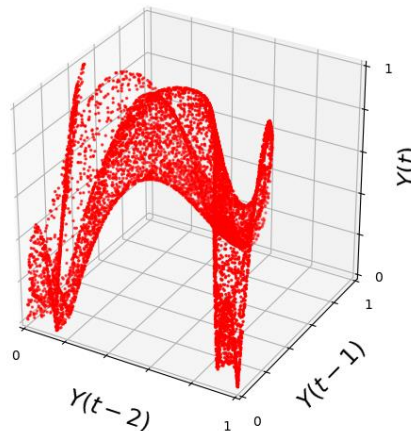
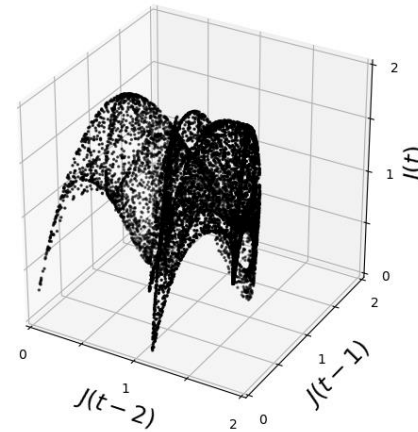
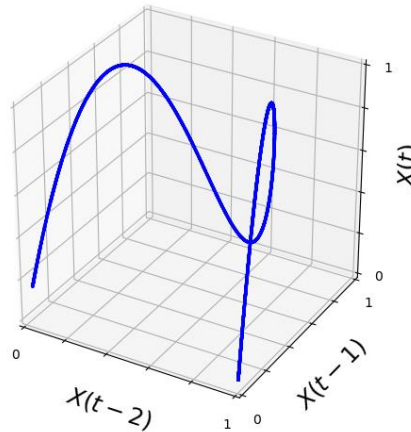
- Két rendszert összekapcsolva a meghajtóból az információ átmásolódik a meghajtottba is



Logisztikus leképezés

$$X_{t+1} = r X_t (1 - X_t)$$

$$Y_{t+1} = r Y_t (1 - Y_t - \beta X_t)$$

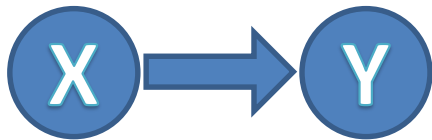


arXiv:1808.10806

2019. 10. 18.

# Dimenziós kauzalitás

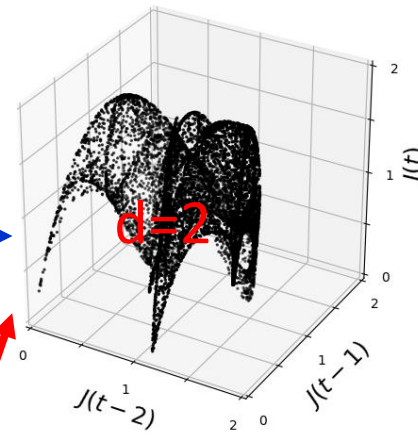
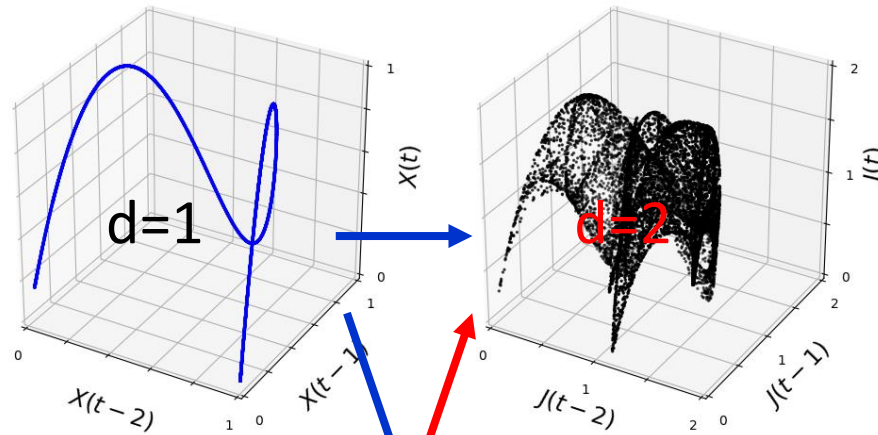
- A beágyazott sokaság topológiai ekvivalenciája miatt őrzi az eredeti dimenziót (szabadsági fokot)



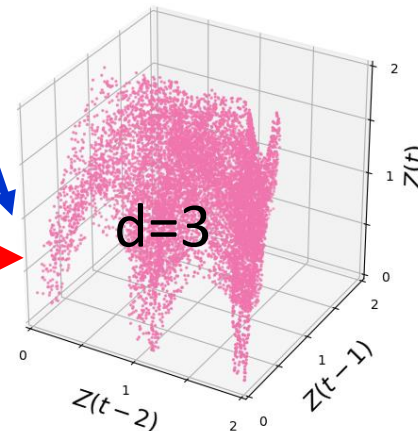
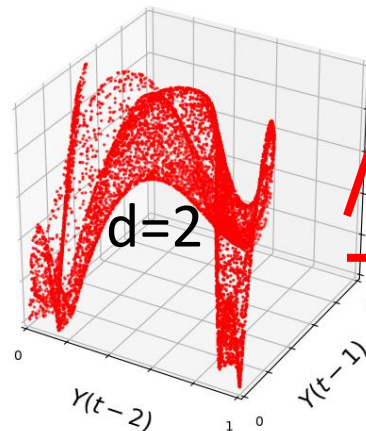
Logisztikus leképezés

$$X_{t+1} = r X_t (1 - X_t)$$

$$Y_{t+1} = r Y_t (1 - Y_t - \beta X_t)$$



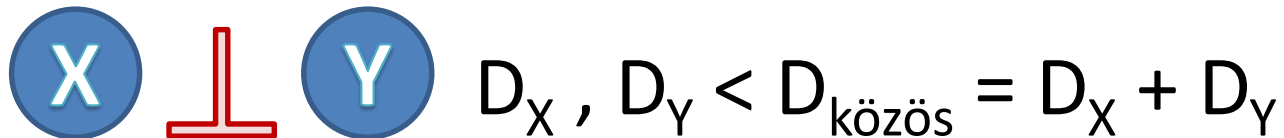
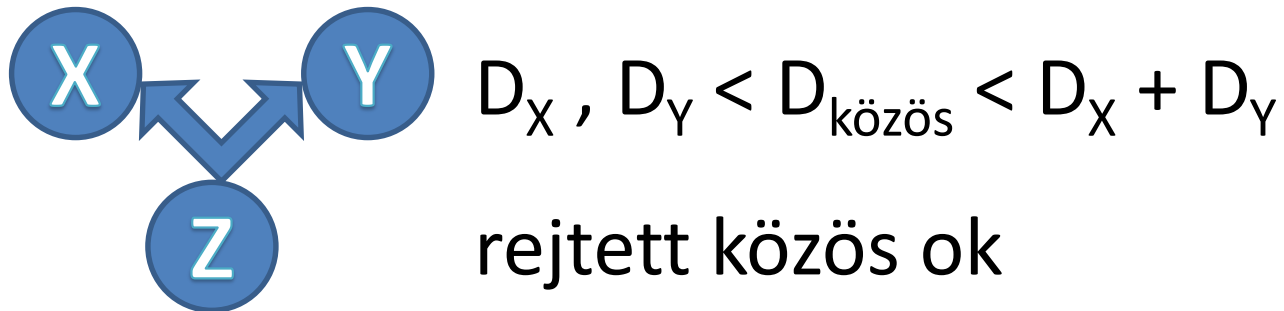
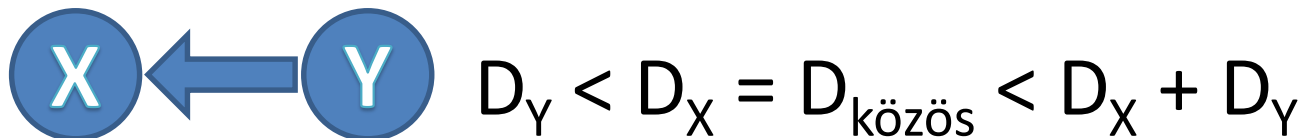
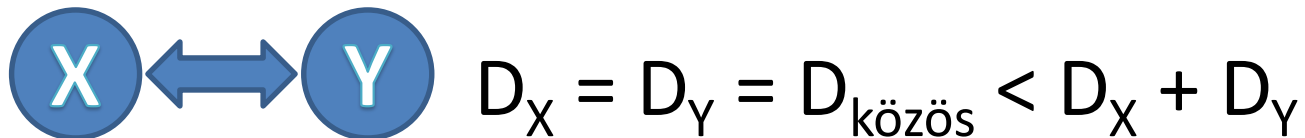
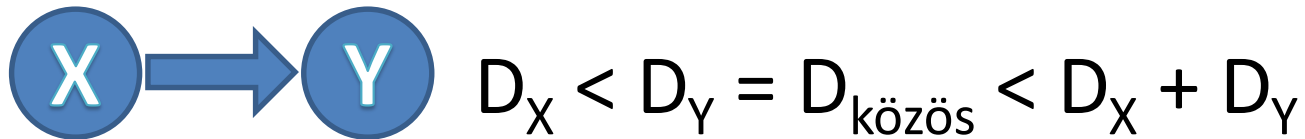
Közös beágyazás  
 $J = (X, Y)$



Függetlenített  
rendszer beágyazása

arXiv:1808.10806

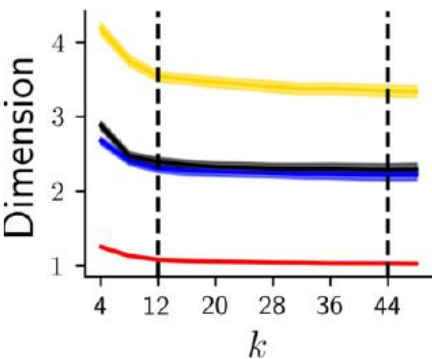
# Dimenziós kauzalitás



# Alkalmazás

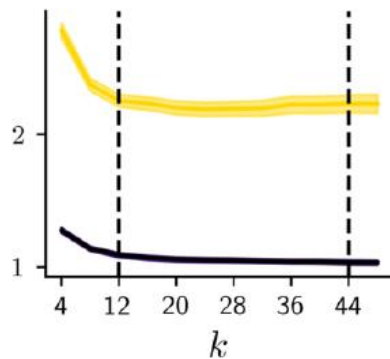
$$X_1 \rightarrow X_2$$

$$D_{J'} = D_{X_2}$$



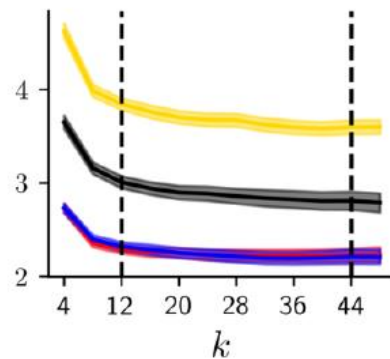
$$X_1 \leftrightarrow X_2$$

$$D_{J'} = D_{X_1} = D_{X_2}$$



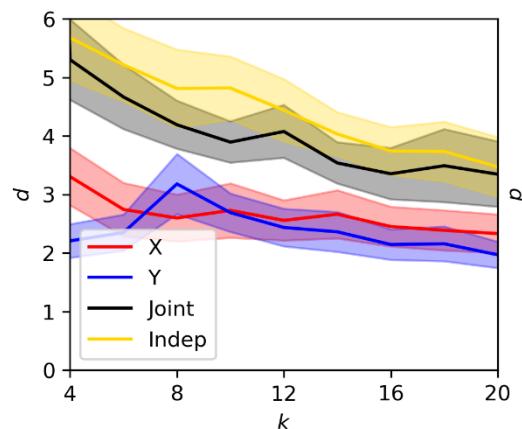
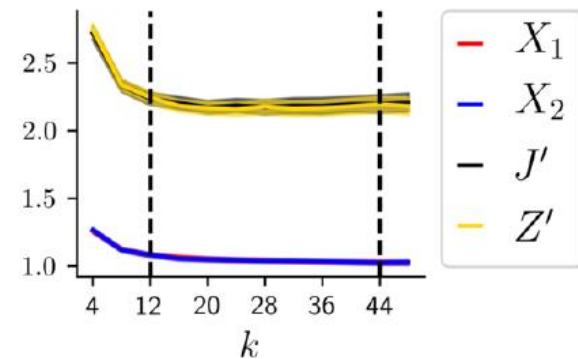
$$X_1 \nabla X_2$$

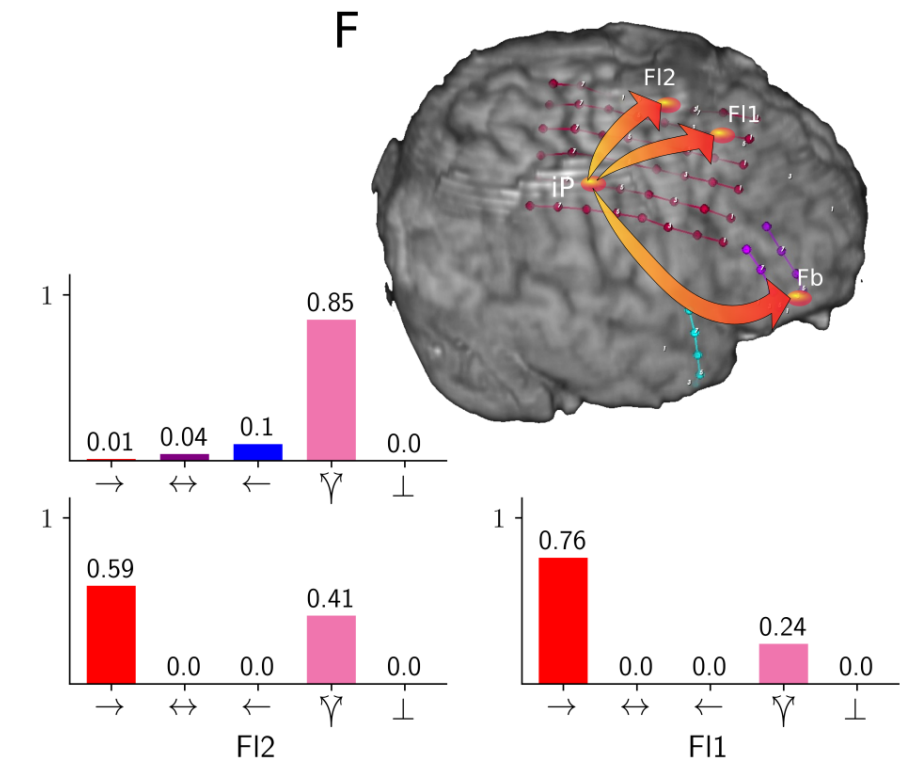
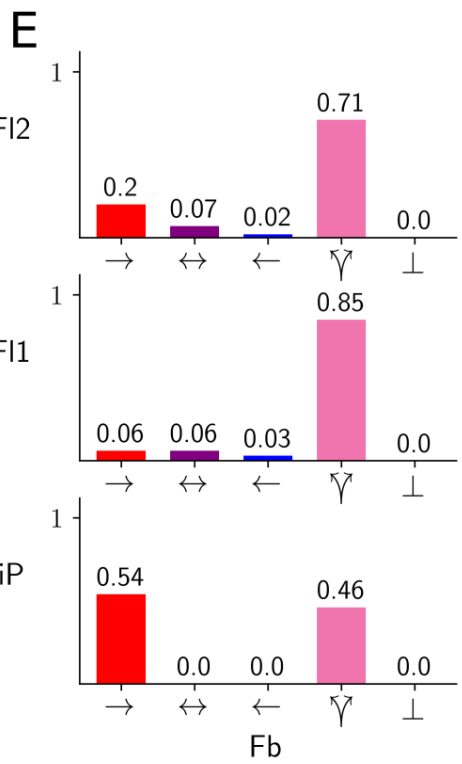
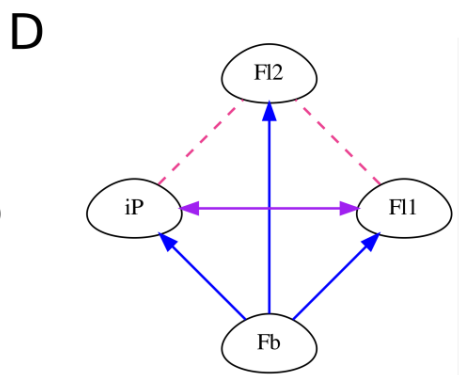
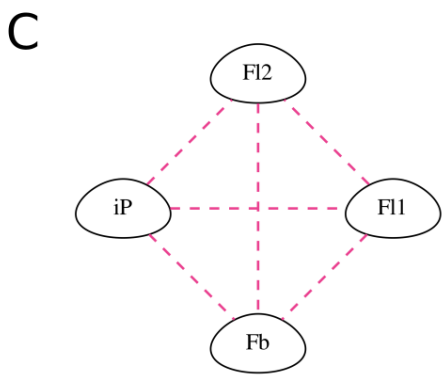
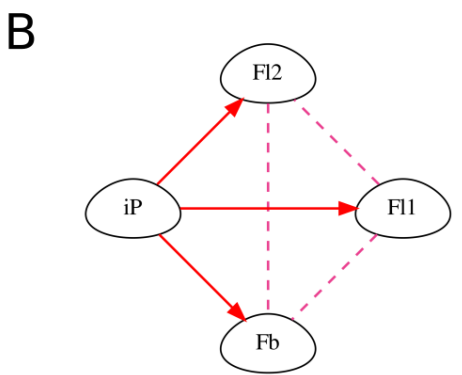
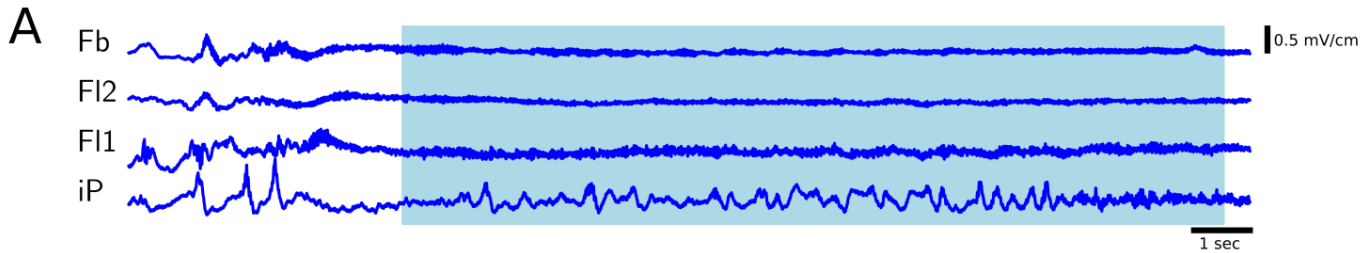
$$D_{X_1} < D_{J'} < D_{Z'}$$



$$X_1 \perp X_2$$

$$D_{J'} = D_{Z'}$$





arXiv:1808.10806



Köszönöm a figyelmet!

**SOMOGYVÁRI ZOLTÁN (WIGNER),  
TELCS ANDRÁS (WIGNER),  
BENKŐ ZSIGMOND (SOTE PHD),  
FABÓ DÁNIEL (OKITI)**